

03-03 Résolution d'équations

Définition

Une **égalité** est une expression mathématique contenant le symbole $=$.

Une **équation** est une égalité contenant une valeur inconnue souvent appelée x .

Une **solution** de l'équation est une valeur prise par l'inconnue qui rend l'égalité vraie.

Résoudre une équation, c'est déterminer toutes ses solutions.

Exemples

$2 \times 3 = 6$ est $2x = 6$ est 3 est de $2x = 6$.

Propriété

Une égalité reste valide lorsqu'on effectue la même opération des deux côtés du symbole $=$.

Exemple

En divisant par 2 à gauche et à droite du symbole $=$, l'égalité $2x = 6$ devient l'égalité

Définition

On appelle **équation-produit** une équation de type $A \times B = 0$ où A et B sont des expressions contenant x .

Propriété

Un produit de deux facteurs est nul si et seulement si au moins un des deux facteurs est nul.

Exemple

Les valeurs qui annulent le produit $(x - 2)(x + 1)$ sont et

Propriété

Soit a un nombre quelconque. Les solutions de l'équation $x^2 = a$ dépendent de la valeur de a .

Si $a < 0$ alors l'équation n'a pas de solution.

Si $a = 0$ alors l'équation a une seule solution qui est 0.

Si $a > 0$ alors l'équation a deux solutions qui sont \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$.

03-03 Applications du cours**Application 1**

Résoudre les équations suivantes.

a] $2x - 11 = 7x - 4$

b] $3(6 - 3x) = 5(x - 10)$

c] $\frac{5x+7}{3} = 4$

d] $\frac{5}{x} = \frac{2}{7}$

e] $\frac{x}{x+3} = \frac{1}{3}$

f] $(2x - 7)(x + 3) = 0$

g] $x^2 - 16 = 0$

h] $2x^2 + 9 = 1$

i] $3x^2 = 15$

j] $\frac{2x-3}{4} = x - \frac{3x+1}{5}$

k] $3x^2 = 2x$

l] $x^2 - 4 = (x + 2)(3x + 4)$

Application 2

1. Développer et réduire l'expression $(x + 4)^2$.
2. En déduire les solutions de l'équation $x^2 + 8x + 16 = 25$.
3. Résoudre l'équation $4(x - 1)^2 + 2 = 38$.

Application 3

On donne ci-contre les tarifs pratiqués par deux magasins.

On désigne par x le nombre de cartouches que l'on achète.

Déterminer pour quelle valeur de x la somme à payer est la même dans les deux magasins.

**Application 4**

Un triangle isocèle a une hypoténuse de 4 cm. Déterminer la longueur des deux autres côtés, arrondie au mm.

Application 5

L'aire d'un carré augmente de 40 cm² si on augmente chacun de ses côtés de 4 cm.

Quelle est la longueur des côtés du carré initial ?

Application 6

Si on soustrait le même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$ on obtient son inverse.
 Quel est ce nombre ?